

Separationsansatz im Kreis

Wir betrachten das Randwert-Problem für die Laplace-Gleichung (*Dirichlet-Problem*) in einem Gebiet Ω des \mathbb{R}^2 für eine Funktion $f \in C(\partial\Omega)$,

$$\begin{aligned} \textbf{(P)} \quad & u \in C(\overline{\Omega}) \cap C^2(\Omega), \\ & \Delta u \equiv u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{in } \Omega, \\ & u = f \text{ auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Lösen Sie **(P)** in der Einheitskreisscheibe $B_1 := \{\mathbf{x} : \|\mathbf{x}\| < 1\}$ für die folgenden Randverteilungen: **(a)** $f_1(x, y) = 1$, **(b)** $f_2(x, y) = x^3$.